RESULTAT DU CONCOURS APRA - 2016

Dans le précédent numéro de La Lettre, nous vous avions proposé un jeu. Il s'agissait de trouver le point commun reliant six timbres. Certes, je le confesse, ce n'était pas simple. Mais il ne fallait pas non plus que ce fût trop facile. Pour autant, ce n'était pas insoluble non plus, puisque la réponse a été trouvée.

Nous avions donc : une pomme de pin, un ananas, l'homme de Vitruve de Léonard de Vinci, le Parthénon, un violon de Stradivarius et la chapelle de Notre-Dame de Ronchamp conçue par Le Corbusier. Alors, toujours pas ? Mais ne vous faisons pas languir davantage. Cette réponse était donc :

Le nombre d'or

Voici quelques explications méritées. Elles vont nous faire traverser le temps et l'espace et embrasser de nombreux domaines de connaissance qui, à priori, n'ont rien à voir entre eux.

Définition algébrique

Le nombre d'or est habituellement représenté par la lettre grecque φ (phi)

Algébriquement parlant donc, le nombre d'or peut se définir comme la solution positive de la très simple équation du second degré :

$$x^2 - x - 1 = 0$$

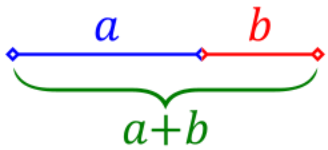
Si vous avez encore en tête vos cours de mathématique de collège, vous retrouverez :

$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, soit une valeur proche de 1,618033

Définition géométrique

Le nombre d'or représente fondamentalement un rapport entre deux longueurs, en d'autres termes une proportion.

Prenons un segment et coupons le en deux morceaux a et b.



Il n'existe qu'une seule façon de définir a et b tels que le rapport entre a et b est égal au rapport entre a (le plus grand segment) et a+b. Et ce rapport est … le nombre d'or.

Ce qui peut encore s'écrire :

$$\varphi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

La découverte du nombre d'or remonte à l'antiquité. Le plus ancien écrit connu qui le mentionne est le traité d'Euclide « Les Eléments ». Il montrera comment on peut fabriquer avec une simple règle et un compas des triangles d'or, des rectangles d'or, des pentagones réguliers, des pentagrammes : tous types de figure où on trouve des rapports de longueurs qui égalent le nombre d'or.

Depuis, le nombre d'or a fasciné les hommes. On lui prête des vertus esthétiques exceptionnelles, voire divines. Au fil du temps, le nombre d'or a ainsi pris diverses dénominations : « section dorée », « proportion dorée », et même « divine proportion ».

Le nombre d’or dans les œuvres humaines

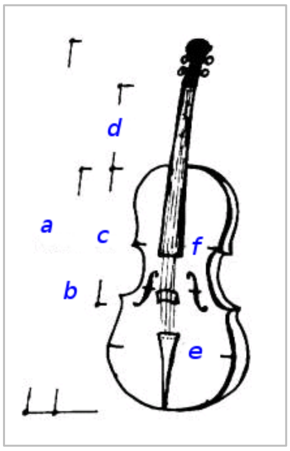
De tous temps, des architectes ont intégré le nombre d’or dans la conception de leurs constructions.

Ainsi, à Athènes, le sculpteur Phidias l’aurait utilisé pour concevoir le Parthénon. C’est en son honneur que le nombre d'or est maintenant désigné par la lettre φ (phi).

Au moyen âge, les bâtisseurs des cathédrales ont également utilisé le nombre d’or. Très concrètement, les graduations de leur principal instrument de mesure, la « quine du bâtisseur », étaient choisies en relation avec les dimensions du corps humain : la paume, la palme, l'empan, le pied et la coudée. Et le rapport entre chacune de ces unités successives est égal … au nombre d’or.

Plus tard à la Renaissance, Leonard de Vinci fut également fasciné par le nombre d’or. Il lui servira de référence dans sa fameuse construction de l’« Homme de Vitruve » qui étudie les proportions du corps humain.

A la fin du XVIème siècle en Italie,
le luthier Antonio Stradivari, plus connu sous le nom de Stradivarius, passa une grande partie de sa vie à chercher la forme de violon parfaite. Lui aussi a largement utilisé le nombre d’or pour construire ses gabarits.



A partir des cotes sur ce dessin, on a ainsi :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \varphi$$

En 1945, l’architecte Le Corbusier, concepteur notamment de la chapelle de Notre Dame du Haut à Ronchamp, crée le Modulor, sorte de standard de la silhouette humaine dont les proportions respectent le nombre d’or. Il s’en servira pour la conception de ses habitations.

Le nombre d’or dans la nature

L’observation de la nature permet aussi de retrouver le nombre d’or. Mais avant d’aller plus loin, il nous faut évoquer un autre objet mathématique, lui aussi en lien avec le nombre d’or : la suite de Fibonacci.

Léonardo Fibonacci était un mathématicien italien qui vécut au XIII siècle. Il joua un rôle important dans l’importation des chiffres arabes dans les transactions commerciales, en remplacement des chiffres romains. Mais il est surtout passé à la postérité pour une suite de nombres entiers qui porte son nom.

Cette suite est en fait des plus simples à construire. Prenons 0 et 1 comme premiers nombres de la suite. Les nombres suivants sont calculés comme la somme des deux nombres qui le précèdent. Après 0 et 1, on a donc à nouveau 1 (0 + 1). En appliquant cette même règle, le nombre suivant est 1 + 1 = 2, puis 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 5 = 8, 5 + 8 = 13, etc.

On obtient ainsi : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, …

Cette suite possède plusieurs propriétés particulières, dont celle-ci : plus on avance dans la suite, plus le rapport entre deux nombres consécutifs s’approche du nombre d’or !

3/2 = 1,5 ; 5/3 = 1,666 ; 8/5 = 1,6 ; … ; 55/34 = 1,6176 ; … ; 233/144 = 1,618055

Mais revenons à l’observation de la nature. Au-delà des proportions du corps humain déjà évoquées, on retrouve curieusement la suite de Fibonacci dans d’autres objets, tels que l’ananas ou la pomme de pin. Pour ce faire, il suffit de compter leurs écailles, ligne par ligne.

Il faut néanmoins éviter de surinterpréter le phénomène. On est loin de retrouver le nombre d’or partout dans la nature. Et il est normal qu’à force de regarder et de mesurer, on trouve … ce qu’on cherche.

Ah, une dernière chose. Si vous mesurez les côtés du rectangle qui entoure les 6 timbres dans l’énoncé du jeu, vous devriez découvrir pourquoi on peut dire que ce petit jeu était vraiment « doré ».

P. BEAUDOIN, APRA

BIBLIOGRAPHIE

- Wikipedia (https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_d'or)
- « La lutherie, une divine passion », par Eric Mouzat et Fabrice Planchard